Olimpiada Matemática de los Andes

I Olimpiada Matemática de Los Andes

Examen Selectivo - Nivel 4

6 de diciembre de 2025

Indicaciones:

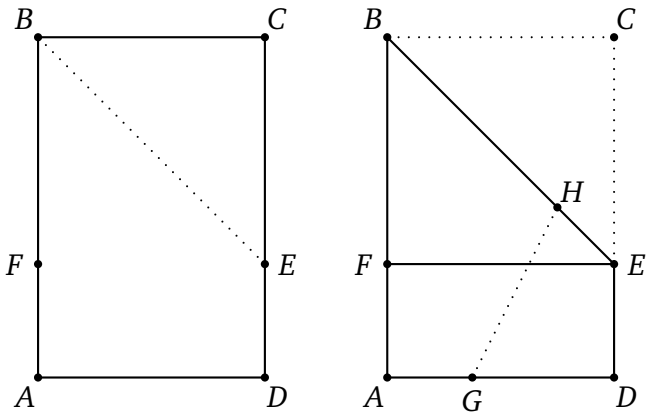
- La duración de la prueba es de **4 horas**.
- Cada problema tiene una puntuación de 25 puntos. Se otorgarán puntajes parciales de acuerdo a lo avanzado.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.

---

1. Calcule la siguiente suma:

$$\sqrt{5+\sqrt{5^2-9}}-\sqrt{11+\sqrt{11^2-9}}+\sqrt{17+\sqrt{17^2-9}}-$$
$$-\sqrt{23+\sqrt{23^2-9}}+\sqrt{29+\sqrt{29^2-9}}+\cdots+\sqrt{197+\sqrt{197^2-9}}.$$

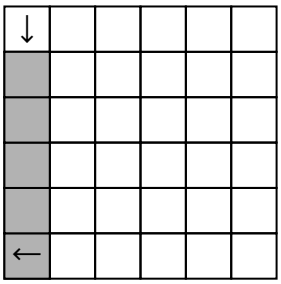
2. Una hoja de papel A4 se dobla primero por la recta BE de modo que el punto C coincida con el punto F del lado AB, y luego se dobla por la recta GH de modo que el punto D coincida con el punto F, tal como se muestra en la figura. Halle la medida del ángulo BHG.



Aclaración: una hoja de papel A4 es un rectángulo cuyos lados están en la proporción de $1:\sqrt{2}$.

3. En cada casilla de un tablero de 6×6, hay una flecha que apunta hacia arriba, abajo, izquierda o derecha. Demuestre que se pueden eliminar exactamente 30 flechas de este tablero de modo que de las 6 flechas restantes no hay dos de ellas que apunten a la misma casilla.

Aclaración: Una flecha que apunta a la derecha apunta a todas las casillas que están a la derecha de la casilla que contiene a dicha flecha, sin ninguna excepción. Lo mismo sucede con las flechas que apuntan en las otras direcciones. Por ejemplo, en la siguiente figura, la flecha de la fila superior apunta a 5 casillas (las que están sombreadas), mientras que la flecha de la fila inferior no apunta a ninguna casilla.



4. Demuestre que el número $3811\ldots11$ no puede ser primo para ningún número de unidades.