Olimpiada Matemática de los Andes

I Olimpiada Matemática de Los Andes

Examen Selectivo - Nivel 3

6 de diciembre de 2025

Indicaciones:

- La duración de la prueba es de **4 horas**.
- Cada problema tiene una puntuación de 25 puntos. Se otorgarán puntajes parciales de acuerdo a lo avanzado.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.

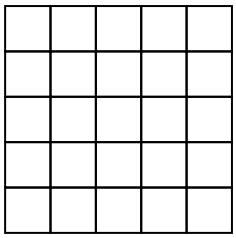
---

1. Se escriben en fila varios números enteros positivos, todos diferentes y ninguno mayor que 20. Resultó que, para cualesquiera dos números adyacentes se cumple que uno de ellos es divisible por el otro. ¿Como máximo cuántos números se escribieron?

2. Dado un cuadrilátero convexo $ABCD$, donde $\angle BAD = \angle CDA$. En la prolongación del lado BC más allá del punto C se marca un punto E. Se sabe que $BD = CE$ y $\angle ABD = \angle DCE$. Demuestre que el punto medio del segmento AE se encuentra en la recta CD.

3. ¿Existe un entero positivo n mayor que 2 para el cual es posible dividir el conjunto de los n primeros enteros positivos impares en un grupo A de dos números y un grupo B de $n-2$ números de tal manera que la suma de los números en B sea igual al producto de los números en A?

4. Las casillas de un tablero de 5×5 están pintadas de tres colores: rojo, verde y azul. Cada casilla roja tiene una casilla verde adyacente, cada casilla verde tiene una casilla azul adyacente y cada casilla azul tiene una casilla roja adyacente. ¿Cuál es la menor cantidad de casillas rojas que puede haber en el tablero?



Aclaración: dos casillas son adyacentes si tienen un lado en común.