

CUADRAGÉSIMO SÉPTIMO TORNEO DE LAS CIUDADES

Gira de primavera,

Nivel Mayor: Grados 10 – 11, versión básica, 1 de marzo de 2026.

(El resultado se resume en función de los tres problemas para los que se lograron las mejores puntuaciones; se suman las puntuaciones de las partes individuales de un mismo problema.)

puntos problemas

- | | |
|---|---|
| 4 | 1. ¿Es posible seleccionar de la sucesión de cuadrados perfectos $1, 4, 9, 16, \dots$ una subsucesión infinita de modo que la diferencia de cualesquiera dos de sus términos adyacentes sea un cubo perfecto? |
| 4 | 2. Se traza un plano arbitrario el cual pasa por el vértice de un tetraedro regular, tangente a su esfera inscrita, y que corta un triángulo desde la cara opuesta. Demuestre que el perímetro de este triángulo no depende de la elección del plano. |
| 4 | 3. En un desfile deportivo, 2026 atletas se alinearon en círculo, numerados del 1 al 2026 en sentido horario. Cada uno de los atletas mira a su vecino de su derecha o al de su izquierda. Se sabe que había exactamente 100 parejas de atletas vecinos que se miraban mutuamente. Luego, cada atleta con un número par se giró y miró a su otro vecino. ¿Cuántas parejas de atletas vecinos hay ahora que se miran mutuamente? |
| | 4. Dos jugadores están jugando el siguiente juego. Se les da un polinomio de grado n donde cada uno de sus $n + 1$ coeficiente es reemplazado por un asterisco: |

$$*x^n + *x^{n-1} + \dots + *x + *.$$

- | | |
|---|---|
| 5 | Los jugadores por turnos eligen un asterisco y lo reemplazan por cualquier entero distinto de cero. Cuando no queden asteriscos, el jugador que realizó la última jugada gana si el polinomio resultante tiene una raíz entera; de lo contrario, gana el otro jugador. Para cada entero positivo n , determine qué jugador puede garantizar la victoria, independientemente del juego de su oponente. |
| | 5. Un cuadrado de $N \times N$ está dividido en N^2 cuadrados de lados 1. Uno de los vértices de los cuadrados de lados 1 es radiactivo. Tenemos un dispositivo que puede probar cualquiera de estos cuadrados de lados 1 y determinar si contiene el vértice radiactivo. Encuentre la menor cantidad de tales pruebas necesarias para encontrar el vértice radiactivo si |
| 2 | a) $N = 7$; |
| 3 | b) $N = 8$. |