

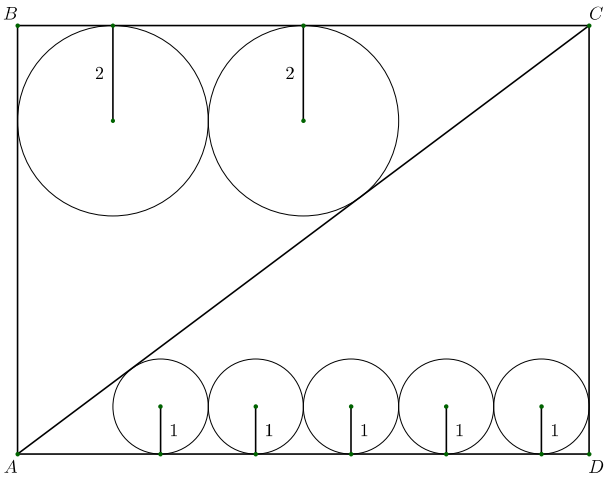
CUADRAGÉSIMO SÉPTIMO TORNEO DE LAS CIUDADES

Gira de primavera,

Nivel Juvenil: Grados 8 – 9, versión básica, 1 de marzo de 2026.

(El resultado se resume en función de los tres problemas para los que se lograron las mejores puntuaciones; se suman las puntuaciones de las partes individuales de un mismo problema.)

puntos problemas

- | | |
|---|--|
| 4 | 1. Alicia escribió el número $111 \dots 111$ (60 unos) en la pizarra. Bob eligió algunos 30 unos consecutivos y reemplazó cada uno por un ocho. Demuestre que el número resultante de 60 dígitos es divisible por $999 \dots 999$ (30 nueves). |
| 4 | 2. Un profesor aplicó un examen de 10 preguntas a 30 estudiantes. Cada pregunta tiene solo una respuesta correcta. Cada estudiante respondió cinco preguntas correctamente y las otras cinco incorrectamente. Resultó que, para cada pregunta, todas las respuestas incorrectas de los estudiantes eran diferentes. ¿Cuál es la menor cantidad de exámenes de los estudiantes que necesitas leer para garantizar la selección de cinco preguntas y determinar la respuesta correcta para cada una? |
| 5 | 3. El rectángulo $ABCD$ contiene 7 circunferencias. Dos circunferencias de radio 2 son tangentes entre sí y al lado BC , una de las cuales también es tangente al lado AB y la otra es tangente a la diagonal AC . Las 5 circunferencias restantes tienen radio 1 y todas son tangentes al lado AD , formando una cadena: las circunferencias adyacentes son tangentes entre sí, y una de las circunferencias exteriores de la cadena también es tangente al lado CD y la otra es tangente a la diagonal AC . Halle las longitudes de los lados del rectángulo $ABCD$. |
| |  |
| 2 | 4. Cada casilla de un tablero de $N \times N$ contiene una caja. Una de ellas contiene un premio. Una caja vacía pesa 100 gramos, y el peso de la caja que contiene el premio es igual al peso combinado de todas las cajas en las casillas adyacentes por lado. El anfitrión tiene una balanza de dos platillos sin pesas; se puede colocar cualquier número de cajas en cada platillo. En un intento, puedes decirle al anfitrión qué cajas colocar en qué platillo (y cuáles dejar sin pesar), y te informará el resultado: si la balanza se equilibra y, en caso contrario, cuál platillo se inclinará. ¿Cuál es la menor cantidad de intentos necesarios para determinar el peso garantizado del premio, si |
| 3 | a) $N = 4$;
b) $N = 7$? |
| | (No es necesario averiguar en qué caja está el premio). |
| 5 | 5. En un desfile deportivo, 2026 atletas se alinearon en círculo, numerados del 1 al 2026 en sentido horario. Cada uno de los atletas mira a su vecino de su derecha o al de su izquierda. Se sabe que había exactamente 100 parejas de atletas vecinos que se miraban mutuamente. Luego, cada atleta con un número par se giró y miró a su otro vecino. ¿Cuántas parejas de atletas vecinos hay ahora que se miran mutuamente? |