

CUADRAGÉSIMO SÉPTIMO TORNEO DE LAS CIUDADES

Gira de primavera,
Nivel Juvenil: Grados 8 – 9, versión avanzada, 15 de marzo de 2026.
(El resultado se resume en función de los tres problemas para los que se lograron las mejores puntuaciones; se suman las puntuaciones de las partes individuales de un mismo problema.)

puntos	problemas
4	1. Una escuela ha organizado una competición deportiva con tres disciplinas: natación, ciclismo y carrera. Además de los premios habituales en cada disciplina, la escuela también ha creado tres premios adicionales: “ El mejor nadador entre los cinco mejores ciclistas ”; “ El mejor ciclista entre los cinco mejores corredores ”; “ El mejor corredor entre los cinco mejores nadadores ”. Cyril afirma haber ganado los tres premios adicionales, a pesar de no haber quedado entre los tres primeros en ninguna de las disciplinas. ¿Cuál es el número mínimo posible de participantes en la competición?
6	2. Dada una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ con coeficientes enteros distintos de cero a, b y c, que tiene una raíz entera. ¿Es posible que, independientemente de cuál de estos tres coeficientes a, b o c se incremente en 1, el resultado sea nuevamente una ecuación cuadrática que tiene una raíz entera?
6	3. Tenemos 11 sandías con masas de 1, 2, 3, ..., 11 kg. Alice y Bob colocan estas sandías en cuatro bolsas; cada bolsa puede contener 14 kg, pero se rompería si pesara más. Se turnan para elegir una sandía y colocarla en cualquiera de las bolsas sin romperla. El que no pueda hacer ningún movimiento pierde. Alice comienza. ¿Quién puede garantizar la victoria, sin importar cómo juegue el otro?
7	4. Dado un triángulo ABC con ángulo B igual a 45°, seleccionamos los puntos Q y P en los lados AB y BC respectivamente, de modo que el ángulo BAP sea un tercio del ángulo A, y el ángulo BCQ sea un tercio del ángulo C. Sea M el punto de intersección de los segmentos AP y CQ. Las circunferencias circunscritas de los triángulos BPM y BQM intersecan a los lados AB y BC en los puntos N y K respectivamente. Demuestre que es posible construir un triángulo con lados iguales a los segmentos AN, AC y CK y halle el ángulo mayor de este triángulo.
8	5. ¿Existe un conjunto infinito S de enteros positivos tal que para cualesquiera x, y distintos en S, existe un número z en S (que podría coincidir con x o y) tal que $x^2 + y^2 + z^2$ sea un cuadrado perfecto?
5	6. a) ¿Existe algún cuadrilátero convexo que no sea un paralelogramo y que pueda dividirse en cualquier número de cuadriláteros convexos iguales, desde 2 hasta 100?
5	b) ¿Existe un cuadrilátero convexo que no tenga simetría de reflexión ni simetría de rotación de 180° tal que pueda dividirse en 2 cuadriláteros convexos iguales, y también en 47 cuadriláteros convexos iguales?
12	7. Se coloca un caballo de ajedrez en cada casilla de una de las diagonales principales de un tablero de 90×90. ¿Cuál es la menor cantidad de movimientos necesarios para trasladar todos los caballos a la otra diagonal principal?