

CUADRAGÉSIMO OCTAVO TORNEO DE LAS CIUDADES

Gira de otoño,

Nivel Mayor: Grados 10 – 11, versión básica, 4 de octubre de 2026.

(El resultado se resume en función de los tres problemas para los que se lograron las mejores puntuaciones.)

puntos problemas

- | | |
|---|---|
| 4 | 1. Sobre la mesa hay palitos de cada longitud: 100 cm, 101 cm, 102 cm, $\dots$, 200 cm (un palito de cada longitud). En cada turno, Petya toma un palito, lo divide en dos palitos cuyas longitudes son un número entero de centímetros y los vuelve a colocar sobre la mesa. El requisito es que cualquier conjunto de tres palitos sobre la mesa siempre pueda formar un triángulo (no degenerado). Petya continúa dividiendo palitos mientras sea posible. ¿Cuántos palitos quedarán sobre la mesa? (Enumera todas las posibilidades). |
| 4 | 2. Dentro del paralelogramo $ABCD$, se da un punto M tal que $\angle AMB = 90^\circ$. Las circunferencias circunscritas a los triángulos BMC y AMD son tangentes entre sí. Demuestra que estas circunferencias son congruentes. |
| 5 | 3. Un círculo está dividido en 100 sectores, numerados en el sentido horario del 1 al 100. Algunos sectores son negros, mientras que otros son blancos. Un robot pintor camina alrededor del círculo en el sentido de las agujas del reloj, comenzando en el sector 1 y terminando en el sector 100. Mientras está en un sector, el robot observa los dos sectores anteriores (es decir, en el sector 1 observa los sectores 100 y 99, en el sector 2 los sectores 1 y 100, etc.), y si son del mismo color, deja el sector como está; pero si son de colores diferentes, vuelve a pintar el sector actual con el color opuesto. Se sabe que el sector 100 era negro y permaneció negro después de que el robot pasó por todos los sectores. ¿Cómo se habría visto el sector 100 al final si inicialmente hubiera sido blanco (y los colores de los demás sectores hubieran permanecido iguales)? |
| 5 | 4. Existen dos progresiones infinitas crecientes de números naturales: una aritmética y una geométrica. Tienen al menos dos términos comunes. ¿Es cierto que sus términos comunes forman una progresión geométrica infinita? |
| 5 | 5. Dos jugadores juegan en un tablero de 10×100 (10 filas, 100 columnas). El primer jugador debe colocar una ficha de dominó vertical en cada turno, y el segundo jugador debe colocar una ficha de dominó horizontal en cada turno. Las fichas se colocan estrictamente dentro de la cuadrícula y no deben superponerse. El jugador que no puede realizar un movimiento pierde. ¿Qué jugador puede garantizar la victoria, independientemente de cómo juegue su oponente? |