

CUADRAGÉSIMO OCTAVO TORNEO DE LAS CIUDADES

Gira de otoño,

Nivel Juvenil: Grados 8 – 9, versión básica, 4 de octubre de 2026.

(El resultado se resume en función de los tres problemas para los que se lograron las mejores puntuaciones; se suman las puntuaciones de las partes individuales de un mismo problema.)

puntos problemas

- | | |
|---|---|
| 4 | 1. Petya tiene un conjunto de 25 pesas con masas $a_1, a_2, \dots, a_{25}$, y Vasya tiene un conjunto de 25 pesas con masas $a_1 + a_2, a_2 + a_3, \dots, a_{25} + a_1$. Vasya pudo distribuir todas sus pesas en dos platillos de una balanza de manera que se alcanzara el equilibrio. Demuestra que Petya puede agregar varias pesas (al menos una) de su conjunto a cada platillo para que se alcance nuevamente el equilibrio. |
| 4 | 2. Las diagonales del paralelogramo $ABCD$ se intersecan en el punto O . En su lado BC , tomemos un punto M tal que $AM = DM$. Demuestre que el segmento OM es igual a la mitad de uno de los lados del paralelogramo. |
| 2 | 3. Petya calculó la suma de algunos n números naturales consecutivos, y Vasya calculó la suma de los n números naturales consecutivos que seguían a los de Petya. ¿Puede la suma de Vasya ser divisible por la suma de Petya si |
| 2 | a) $n = 2025$; |
| 2 | b) $n = 2026$? |
| 5 | 4. Dos jugadores juegan en un tablero de 5×10 (5 filas, 10 columnas). El primer jugador debe colocar una ficha de dominó vertical en cada turno, y el segundo jugador debe colocar una ficha de dominó horizontal en cada turno. Las fichas se colocan estrictamente dentro de la cuadrícula y no deben superponerse. El jugador que no puede realizar un movimiento pierde. ¿Qué jugador puede garantizar la victoria, independientemente de cómo juegue su oponente? |
| 3 | 5. a) Varias cajas, cada una con un peso máximo de 1 tonelada, fueron entregadas en dos barcos con una capacidad de 12 toneladas cada uno. Demuestre que todas estas cajas pueden cargarse en siete camiones con una capacidad de 4 toneladas cada uno. |
| 3 | b) Varias cajas, cada una con un peso máximo de 1 tonelada, fueron entregadas en siete camiones con una capacidad de 4 toneladas cada uno. Todas estas cajas deben cargarse en dos barcos con una capacidad de W toneladas cada uno (W no tiene por qué ser un número entero). ¿Cuál es el menor valor de W para el cual esto es siempre posible? |