



XXII OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA - ACEROS AREQUIPA ONEM-AA 2026

Etapla Nacional - Nivel 2

11 de octubre de 2026

1. Un entero positivo es llamado *ascendente* si sus dígitos son distintos y están de ordenados de menor a mayor de izquierda a derecha. Un entero positivo es llamado *descendente* si sus dígitos son distintos y están ordenados de mayor a menor de izquierda a derecha. Por ejemplo, 1578 es ascendente y 980 es descendente.
 - a) ¿Existe un entero positivo de tres dígitos que sea ascendente y que su triple sea descendente?
 - b) ¿Existe un entero positivo de tres dígitos que sea ascendente y que su doble sea descendente?
2. Un tablero de a filas (horizontales) y b columnas (verticales), donde a y b son **enteros positivos pares**, está completamente cubierto con fichas de dominó. Cada ficha cubre dos casillas y cada casilla está cubierta por una sola ficha. Las fichas pueden colocarse horizontal o verticalmente, como se muestra en la figura.



Para cada fila, Álex cuenta los dominós verticales que cubren alguna casilla de esa fila. Para cada columna, Carlos cuenta los dominós horizontales que cubren alguna casilla de esa columna. Si no hay dominós de la orientación indicada en una fila o columna, el resultado correspondiente es 0.

- a) Dé un ejemplo de un tablero y una forma de cubrirlo con fichas de dominó de modo que los resultados de Álex sean todos distintos. Indique los valores de a y b de su ejemplo.
- b) ¿Es posible escoger las dimensiones del tablero y colocar las fichas de modo que los resultados de Álex sean todos distintos entre sí y, además, los resultados de Carlos también sean todos distintos entre sí?

3. Sean $a_1, a_2, \dots, a_9$ reales positivos cuya suma es 1. Demuestre que

$$a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_9^3 < 2(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_9^2)^2.$$

4. Sea $ABCDE$ un pentágono regular. Las diagonales BD y CE se intersectan en el punto O . Una circunferencia de centro O interseca a la recta AE en los puntos P y Q , de tal manera que A está entre P y E ; y E está entre A y Q . Sea X un punto del lado DE , distinto de E , tal que

$$\angle PXO = \angle PXE = \angle QXE - 18^\circ.$$

Determine la medida del ángulo PXE .