



XXII OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA - ACEROS AREQUIPA ONEM-AA 2026

Etapla Nacional - Nivel 1

11 de octubre de 2026

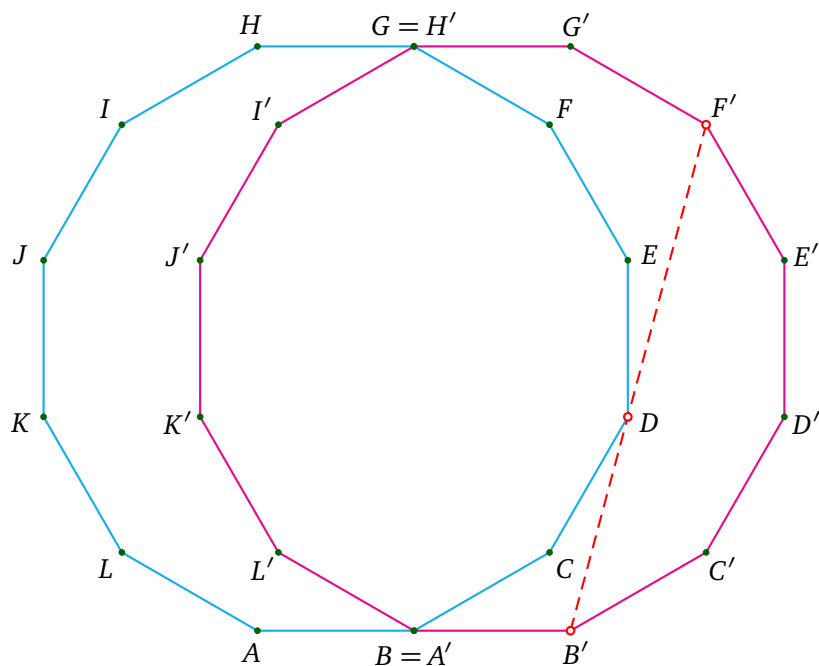
-
1. Un número de cuatro dígitos es llamado *balanceado* si uno de sus dígitos es igual a la suma de los otros tres. Por ejemplo, 1614 es balanceado porque $6 = 1 + 1 + 4$.
 - a) Determine si existen dos números balanceados cuya diferencia sea 2026.
 - b) Determine si existen dos números balanceados cuya diferencia sea 1000.

 2. Cada casilla de un tablero de 7×7 se pinta de rojo o azul, de modo que se cumplen las siguientes condiciones:
 - Si una fila contiene al menos una casilla azul, entonces contiene exactamente tres casillas azules.
 - Si una columna contiene al menos dos casillas rojas, entonces contiene un número par de casillas rojas.

Determine el menor número posible de casillas azules que puede haber en todo el tablero.

Aclaración: Las filas son horizontales y las columnas son verticales.

3. Se tiene un polígono regular $ABCDEFGHIJKL$ de doce lados, cada uno de longitud 1, con el lado AB horizontal y A a la izquierda de B . Al trasladar el polígono una unidad hacia la derecha, se obtiene el polígono $A'B'C'D'E'F'G'H'I'J'K'L'$. Demuestre que los puntos B' , D y F' pertenecen a una misma recta.



4. Se tiene inicialmente la secuencia 0000000000. En cada *operación* se escogen tres o cuatro términos consecutivos cuya suma es par y se cambian simultáneamente los términos escogidos: cada 0 se reemplaza por 1 y cada 1 por 0.

¿Es posible obtener cualquier secuencia de diez términos, cada uno igual a 0 o 1, mediante estas operaciones?

Aclaración: El número 0 es par.