

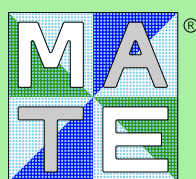
III COMPETENCIA PARALELA DE MATEMÁTICA 2025

1°, 2°, 3°, 4° Y 5° DE SECUNDARIA



HUARAZ · PIURA · PUNO · ECUADOR

ORGANIZADO POR:



Grupo MATE
jentrenar y competir te hace mejor!

Información y resultados en www.grupo-mate.com

- 1S:** problemas 1 – 15; tiempo 90 minutos
2S: problemas 1 – 15; tiempo 90 minutos
3S: problemas 1 – 18; tiempo 120 minutos
4S: problemas 1 – 18; tiempo 120 minutos
5S: problemas 1 – 20; tiempo 120 minutos

De cada problema escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

INICIO PARA TODOS LOS PARTICIPANTES

1. Se eligen tres números distintos a , b y c del conjunto $\{1, 2, \dots, 20\}$. Los cuatro productos ab , ac , bc , abc son 24, 36, 54, 216 en algún orden. ¿Cuál es la suma de estos tres números?
- (A) 19 (B) 18 (C) 23 (D) 24 (E) 26

2. Luis elige cuatro números distintos del 1 al 20. Al multiplicar estos 4 números resultó que su producto es 2025.
- ¿Cuál es la suma de las cuatro números elegidos?
- (A) 23 (B) 27 (C) 29 (D) 32 (E) 35

3. En el siguiente acertijo, letras iguales representan dígitos iguales y letras diferentes representan dígitos diferentes.

$$A \times A \times \overline{AB} = \overline{AAA}.$$

¿Cuál es el valor de $A + B$?

- (A) 11 (B) 10 (C) 13 (D) 7 (E) 14
4. Cuatro hermanos, Andy, Diego, Iker y Steve, están sentados alrededor de una mesa redonda en este orden.

- Andy: mi edad es igual al promedio de las edades de mis vecinos.
- Diego: mi edad es igual al promedio de las edades de mis vecinos.
- Iker: mi edad es igual a la suma de las edades de mis vecinos.
- Steve: la suma de nuestras edades es 80 años.

Determine la edad de Diego.

- (A) 8 años (B) 14 años (C) 16 años (D) 24 años (E) 28 años
5. Cierta día, Anthony, Josué y Roberto fueron a la Sala 1 de CineMate y quisieron sentarse juntos en la primera fila. Sin embargo, aunque solo había cinco asientos ocupados en esa fila, no encontraron tres asientos libres consecutivos donde pudieran sentarse los tres juntos. En otra ocasión, volvieron a esta misma sala en el mismo cine y, aunque esta vez había catorce asientos ocupados en la primera fila, sí lograron encontrar tres asientos libres juntos. ¿Cuántos asientos tiene la primera fila?
- (A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20 (E) 21

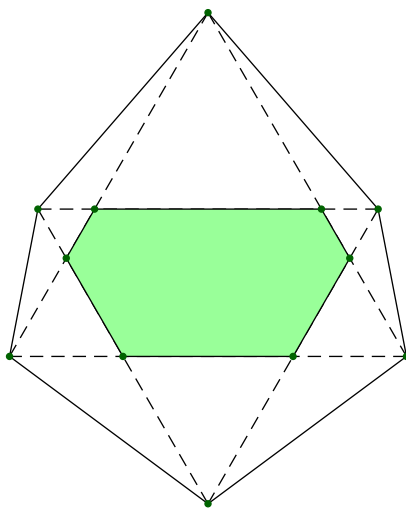
6. Un número entero positivo n se llama *especial* si tiene más divisores que $n - 1$ y más divisores que $n + 1$. ¿Cuántos números de la siguiente lista son especiales?

105, 112, 135, 168, 189.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
7. Ana, Bruno y César corren una carrera de 400 m. Ana llega a la meta primero ganándole a Bruno por 20 m y a César por 40 m. Si los tres mantienen su velocidad y repiten la carrera, pero esta vez Ana parte 40 m detrás del inicio y Bruno parte 20 m detrás del inicio, ¿qué ocurre?
- (A) Los tres empatan (B) Ana gana (C) Bruno gana
(D) César gana (E) No se puede determinar quién gana
8. Dado un tablero de 5×5 , el cual se muestra a continuación. Algunas de sus casillas contienen caballos de ajedrez invisibles. En algunas casillas hay números escritos. El número escrito en una casilla indica cuántos caballos amenazan a esa casilla. ¿Qué número entero debería estar escrito en la casilla central del tablero?

		1		
1		?		2
	2			
		3		2

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
9. Determina el mayor entero tal que 2025^k divide exactamente a $2025!$.
- (A) 212 (B) 252 (C) 250 (D) 225 (E) 255
10. El hexágono verde de la figura tiene todos sus ángulos iguales, su área es de 2025 m^2 y la proporción de sus lados es $2 : 1 : 4 : 1 : 2 : 3$. Al unir las intersecciones de algunos lados, como se muestra en la figura, obtenemos un hexágono más grande. ¿Cuál es el área de este hexágono?



- (A) 6399 m^2 (B) 7075 m^2 (C) 6804 m^2 (D) 7000 m^2 (E) 5022 m^2
11. Siete personas escribieron en la pizarra cuántos amigos tienen entre las seis restantes. Seis de los números escritos son iguales a 1. Determine todos los valores posibles del séptimo número. Dé como respuesta la suma de todos estos valores.

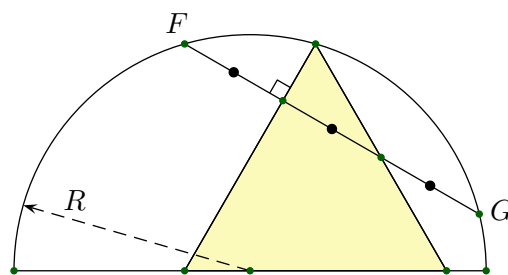
Aclaración: si la persona A es amiga de la persona B, entonces la persona B es amiga de la persona A.

- (A) 6 (B) 10 (C) 12 (D) 21 (E) 8

12. En un triángulo equilátero ABC , los puntos M y N están marcados en el lado AB y en la prolongación del lado CA más allá del punto A , respectivamente, de manera que $BM = AN$ y $\angle CMN = 94^\circ$. Halle la medida del ángulo BCM .
- (A) 17° (B) 15° (C) $23,5^\circ$ (D) 13° (E) 21°
13. Sean a , b y c números reales tales que
- $$a^2 + 5b^2 + 13c^2 + 9d^2 = 4ab + 6bc + 12cd.$$
- Si $a + b + c + d = 1024$, halle el valor de $a + c$.
- (A) 512 (B) 672 (C) 736 (D) 640 (E) 864
14. Un árbol de Navidad tiene una cadena de luces formada por exactamente 8 bombillas, cada una inicialmente encendida o apagada. Esta cadena es especial, pues cada minuto algunas bombillas cambian de estado (las encendidas se apagan y las apagadas se encienden) según la siguiente regla: si hay k bombillas encendidas, entonces en el minuto siguiente exactamente k bombillas cambiarán de estado. Verónica prende la cadena de luces y anota la cantidad de bombillas encendidas en cada minuto. Al cabo de un tiempo, se da cuenta de que todos los números que ha anotado son distintos. ¿Cuál es la máxima cantidad de números distintos que Verónica podría haber anotado?
- (A) 9 (B) 5 (C) 7 (D) 6 (E) 8
15. Alicia tiene un cubo de Rubik de $3 \times 3 \times 3$. ¿Cuál es la menor cantidad de tiras de papel, de 1 casilla de ancho cada una, que se pueden usar para cubrir completamente la superficie del cubo de Alicia en una sola capa? Las tiras constan de un número entero de casillas y se pueden doblar. Cada casilla de cada tira debe cubrir completamente alguna casilla del cubo.
- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

FIN PARA LOS PARTICIPANTES 1S Y 2S

16. María Teresa está renovando el piso de su apartamento. Por eso, compró varias tablas de madera de roble con una densidad de 600 kg/m^3 . Midió las dimensiones de una de las tablas usando varios instrumentos y descubrió que su longitud era 0,8 m, su ancho era 12,5 centímetros, y el grosor era 15 mm. ¿Cuál es el peso de una tabla en gramos?
- (A) 900 (B) 800 (C) 825 (D) 1000 (E) 850
17. En la siguiente figura el triángulo sombreado es equilátero y está incluido en una semicircunferencia, de modo que uno de sus vértices está en la semicircunferencia y sus otros dos vértices están en el diámetro. Además, la cuerda FG es cortada por los lados del triángulo en tres segmentos de igual longitud.



Si el radio de la semicircunferencia es R , halle el área del triángulo equilátero.

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{4}R^2$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}R^2$ (C) $\frac{2\sqrt{3}}{7}R^2$ (D) $\frac{3\sqrt{3}}{10}R^2$ (E) $\frac{4\sqrt{3}}{13}R^2$
18. ¿Cuántos enteros positivos $m \in \{1, 2, \dots, 2025\}$ cumplen que para cada entero positivo n , $\text{MCD}(mn + 1, 2n + 1) = 1$?
- (A) 24 (B) 45 (C) 25 (D) 10 (E) 12

FIN PARA LOS PARTICIPANTES 3S Y 4S

19. ¿Cuántos números reales x cumplen la siguiente igualdad

$$\sqrt[3]{\frac{2+x}{x}} - \sqrt[3]{\frac{2-6x}{x}} = 1 ?$$

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

20. La sucesión de números enteros $a_1, a_2, \dots, a_{100}$ está definida por las siguientes reglas: $a_1 = 2$, $a_2 = 5$ y $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ para todo $n = 3, 4, \dots, 100$. ¿Cuántos números enteros pueden representarse como la suma de tres elementos diferentes de esta sucesión?

- (A) 157044 (B) 161700 (C) 157140 (D) 156947 (E) 156849

FIN PARA LOS PARTICIPANTES 5S