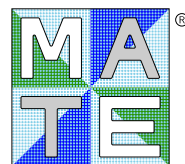




11° Olimpiada Iraní de Geometría 2024

Pre IGO - Nivel Avanzado



Grupo MATE
jentrenar te hace mejor!

INDICACIONES:

- La duración del examen es de 2 horas.
- **Escribe el resultado** de cada problema en la **hoja de respuestas**.
- Cuando entregues tu hoja de respuestas, indica que te coloquen la **hora de entrega**.

Problema 1. En el lado AC del triángulo equilátero ABC se elige el punto D , y en el lado AB se elige el punto E de modo que $AE = CD$. M es el punto medio del segmento DE . Si la longitud del segmento AM es igual a 2024, halle la longitud del segmento BD .

Problema 2. En el triángulo ABC , el ángulo ABC mide 120° , $AB = 2BC$. La mediatriz del lado AB interseca a AC en el punto D . Si $AD = 36$ halle la longitud del segmento DC .

Problema 3. Sobre los lados BC y CD de un cuadrado $ABCD$ se ubican los puntos N y M , respectivamente, de modo que $\angle NAM = \angle MAD$, $BN = 5$ y $MD = 8$. Sea H un punto en AN de tal manera que MH y AN sean perpendiculares. Calcule el perímetro del cuadrilátero $NHMC$.

Problema 4. Sea el cuadrilátero convexo $ABCD$, donde $AB = CD$, $\angle A = 80^\circ$ y $\angle D = 30^\circ$, sean P y Q puntos medios de los lados BC y AD respectivamente. Calcule la medida del ángulo AQP en grados sexagesimales.

Problema 5. Sea el triángulo rectángulo ABC recto en B , se traza la altura BH (H en AC). Se trazan los cuadrados $HEFG$ y $HMNL$, donde A, G, H, L y C son colineales y consecutivos, F en AB , N en BC y B, M, E y H son colineales y consecutivos. Las rectas FE y HN se intersecan en el punto S . Calcule $\left(\frac{FN}{BS}\right)^2$.

Problema 6. El cuadrado $ABCD$ está inscrito en una circunferencia y el cuadrado $PQRS$ está circunscrito alrededor de la misma circunferencia de modo que P está en la prolongación de DA más allá de A y Q está en la prolongación de AB más allá de B . Encuentre la medida del ángulo agudo entre las rectas AC y QS .

Problema 7. Dado un triángulo acutángulo ABC , cuyo ángulo menor es $\angle ABC = 40^\circ$. Dentro del triángulo se elige un punto D de modo que $\angle BAC + \angle ADB = 180^\circ$ y $2\angle ACB + \angle DBA = 180^\circ$. Se traza una recta paralela a la recta AD a través del punto C ; interseca a la recta BD en el punto E . Las bisectrices de los ángulos ABD y CAD se intersecan en el punto F . Encuentre la medida del ángulo DFE en grados sexagesimales.

Problema 8. Sea $ABCD$ un trapecio rectangular, con $AD \parallel BC$ y $\angle BAD = 90^\circ$. La semicircunferencia ω de diámetro AB pasa por el punto de intersección de las diagonales del trapecio $ABCD$. Las circunferencias inscritas ω_1 y ω_2 en los ángulos ACB y ADB , respectivamente, son tangentes a ω

externamente. Sean F y G los puntos de tangencia de la circunferencia ω_1 con AC y de la circunferencia ω_2 con BD . Halle el área del cuadrilátero $ABFG$ si $AB = 36$.

Problema 9. En el lado BC del triángulo acutángulo ABC está marcado el punto D , y en el lado AC están marcados los puntos E y F , de modo que $AB = AD = BE = DF$. Si se cumple que $AE = CF$, halle la medida del ángulo ACB en grados sexagesimales.

Problema 10. Sea el rectángulo $ABCD$ de área 72. Se ubica P en el lado BC , de modo que $\angle APD = 90^\circ$. Sean E y F los incentros de los triángulos ABP y PCD respectivamente. Desde E y F se trazan rectas paralelas a AB que intersecan a AP y PD en M y N respectivamente. Halle el área del cuadrilátero $AMND$.

Perú, 04 de octubre de 2024.