

1. Sea el número

$$N = \underbrace{22 \dots 22}_{2026 \text{ cifras}}$$

formado únicamente por 2026 cifras, todas iguales a 2. Determine el residuo que se obtiene al dividir N por 231.

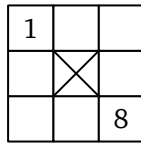
- A) 141 C) 140 E) 111
 B) 134 D) 143

2. Un entero positivo n es *bueno* si existe un entero positivo k tal que la representación decimal de $k!$ termina en exactamente n ceros. Por ejemplo, $n = 1$ es bueno porque $7! = 5040$ acaba en exactamente 1 cero. Determine el menor entero positivo n que no es bueno.

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Nota: $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$.

3. Determine de cuántas maneras se puede llenar el siguiente tablero si se colocan los números del 1 al 8, con el 1 y el 8 ya colocados según la figura, dejando vacía la casilla del centro, y de modo que no haya dos números consecutivos en dos casillas vecinas.



Nota: Decimos que dos casillas son vecinas si comparten un lado o un vértice.

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Aclaración: Cuando se tomó el examen las alternativas eran otras, pero estas fueron cambiadas posteriormente.

4. En una función benéfica de teatro asistieron niños, mujeres y varones. El costo de la entrada fue de $S/13$ para niños, $S/17$ para mujeres y $S/21$ para varones. Se sabe que la recaudación obtenida por la venta de entradas entre niños y mujeres fue de $S/2307$, mientras que la recaudación entre mujeres y varones fue de $S/2344$. Determine la recaudación total obtenida por la venta de entradas.

- A) 3084 C) 3150 E) 3231
 B) 3124 D) 3189

5. ¿Cuántos números de la forma $\overline{abc(2b)(2b)(2c)}$ son divisibles por 63 y además sus 6 dígitos son todos diferentes de cero?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. Encuentre el mayor número real que satisface la siguiente ecuación:

$$|2 - x| + |4x + 1| = 4.$$

Nota: $|x| = \begin{cases} x, & \text{si } x \geq 0 \\ -x, & \text{si } x < 0 \end{cases}$

- A) 1/3 C) -3/5 E) 2
 B) 0 D) 1

7. Determine la suma de todos los números reales x que satisfacen la siguiente ecuación:

$$x^4 - 2x^2 + 3 = \sqrt{x^4 - 2x^2 + 5}.$$

- A) 1 B) -1 C) 2 D) 0 E) -2

8. Sea $P(x)$ un polinomio de grado 49 tal que:

$$P(n) = \frac{50!}{n} \quad \text{para todo } n \in \{1, 2, \dots, 50\}.$$

Halle $P(51)$.

Nota: $50! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 50$.

- A) $\frac{50!}{51}$ C) $\frac{51!}{52}$ E) 0
 B) $\frac{51!}{50}$ D) $\frac{50!}{52}$

9. Sean a, b, c, d, e, f números reales que satisfacen el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} 3 &= a + 4b + 9c + 16d + 25e + 36f \\ 33 &= 4a + 9b + 16c + 25d + 36e + 49f \\ 333 &= 9a + 16b + 25c + 36d + 49e + 64f \end{aligned}$$

Halle el valor de $16a + 25b + 36c + 49d + 64e + 81f$.

- A) 903 C) 1333 E) 3333
 B) 1113 D) 2903

10. Halle el valor máximo de la siguiente función:

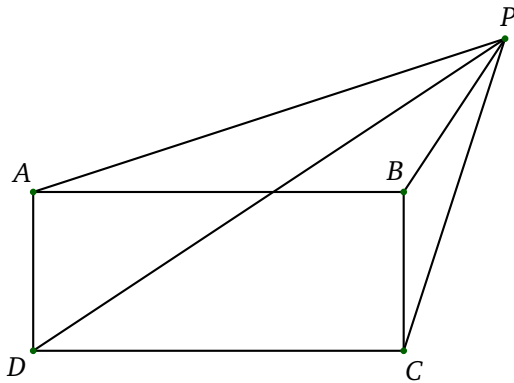
$$f(x) = 27x^2(1 - x), \quad \text{para } 0 \leq x \leq 1.$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. En el triángulo ABC , sea M el punto medio de \overline{AC} . Si $3\angle BCA = \angle BAC$ y $\angle AMB = 45^\circ$, determine la medida del ángulo $\angle BCA$.

- A) 30° C) $22,5^\circ$ E) 24°
 B) 35° D) 25°

12. En la siguiente figura, $ABCD$ es un rectángulo y se cumple que $\angle PAB = \angle PCB$. Si $\angle BPC = 15^\circ$, determine la medida del ángulo $\angle APD$.



- A) 12° C) 20° E) 16°
 B) 15° D) 18°

13. Sobre una circunferencia se ubican los puntos A, B, C y D , en orden consecutivo. Las proyecciones ortogonales de AB y CD sobre AC son de igual longitud. Determine la medida del arco \widehat{BCD} .

- A) 120° C) 144° E) 90°
 B) 180° D) 135°

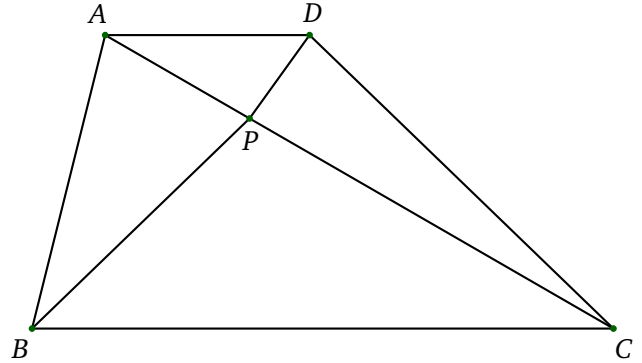
14. Sea $0 < \theta < \pi/2$ tal que $\sin \theta + \cos \theta = \frac{5}{4}$. Determine el valor de $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$.

- A) $115/256$ C) $115/64$ E) $3/2$
 B) $1/2$ D) $115/128$

15. Los rayos OA y OB son las bisectrices de los ángulos que forman las manecillas del horario y minuterio de un reloj a las 3:20 y 7:40, respectivamente. Calcule la medida del ángulo $\angle AOB$.

- A) 115° C) 125° E) 135°
 B) 120° D) 130°

16. En la siguiente figura, $ABCD$ es un trapecio con AD paralelo a BC , $\angle ACD = 17^\circ$, $\angle ABP = 34^\circ$, $\angle PBC = 43^\circ$ y $\angle ACB = 30^\circ$. Si los puntos A, P y C son colineales, determine la medida del ángulo $\angle ADP$.



- A) 46° C) 49° E) 58°
 B) 47° D) 60°

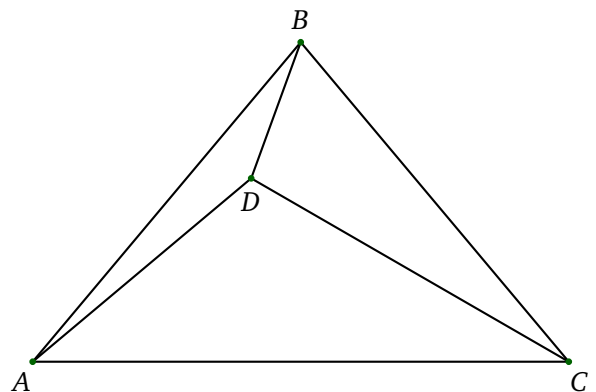
17. En el interior de un triángulo ABC se ubica un punto D de modo que

$$\angle ADC = \angle ABC + 60^\circ, \quad \angle CDB = \angle CAB + 60^\circ.$$

Además, $AB = 4$, $CD = 3$ y $BC = 6$. Determine la longitud de AD .

- A) 1 B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) 3 E) $\sqrt{2}$

18. En la siguiente figura, ABC es un triángulo isósceles tal que $AB = BC$. El punto interior D es tal que $\angle DBC = 3\angle DBA$, $\angle DAB = 10^\circ$ y $\angle DCB = 20^\circ$. Encuentre la medida del ángulo $\angle ABC$.



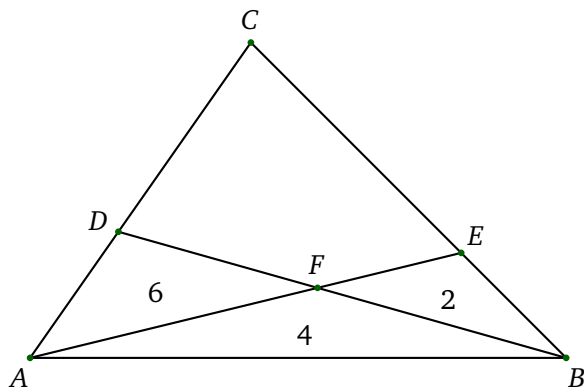
- A) 45° C) 60° E) 80°
 B) 50° D) 70°

19. Encuentre el mayor número real x , con $x < \pi/2$, que satisface la desigualdad:

$$\frac{1 + \operatorname{sen} x}{1 - \operatorname{sen} x} \leq 3$$

- A) $\pi/6$ C) $\pi/3$ E) $-\pi/3$
 B) $\pi/4$ D) 0

20. En la siguiente figura, las áreas de los triángulos ADF , AFB , EFB son 6, 4 y 2; respectivamente. Determine el área de cuadrilátero $DFEC$.



- A) 40 C) 24 E) 48
 B) 36 D) 50