Olimpiada Matemática de los Andes

I Olimpiada Matemática de Los Andes

Ambato, 26 de abril al 1 de mayo de 2026

Prueba Individual 2 - Nivel 5

28 de abril de 2026

Indicaciones:

- La duración de la prueba es de **4 horas**.
- En los primeros 30 minutos puedes hacer preguntas al jurado en caso tengas alguna duda acerca de los **enunciados** de los problemas. No puedes explicar tus soluciones al jurado dentro de los 30 minutos iniciales.
- Cada problema será calificado como resuelto o como no resuelto. Tiene **tres** intentos por cada problema.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.

---

5. Para los números enteros positivos m y n, se cumple la igualdad $m(2m+3) = n^5 - 1$. Demuestre que el número $3m+3$ se puede representar como la suma de tres potencias quintas diferentes de números enteros positivos.

6. Cada casilla de un tablero de 11×11 contiene uno de los números 0, 1, 2, 3 o 4. Si una casilla contiene el número n, entonces exactamente n casillas adyacentes también contienen el número n. Por ejemplo, cada casilla que contiene el número 2 es adyacente a exactamente otras dos casillas que contienen el número 2. Demuestre que el número de casillas que contienen el 0 es impar.

Aclaración: Dos casillas son adyacentes si tienen un lado en común.

7. En el triángulo ABC, el punto M es el punto medio del lado BC y el punto D es la intersección de la bisectriz externa del ángulo A con la recta BC. La circunferencia circunscrita del triángulo ADM interseca el lado AC y la prolongación del lado AB por segunda vez en los puntos E y F, respectivamente. El punto N es el punto medio de EF. Demuestre que las rectas AD y MN son paralelas.

8. Determine todos los enteros positivos n para los cuales existen n números enteros, distintos entre sí y ninguno de los cuales igual a cero, tales que el cuadrado de la suma de los n números es igual a la suma de los cuadrados de los mismos números.