I Olimpiada Matemática de Los Andes
Ambato, 26 de abril al 1 de mayo de 2026

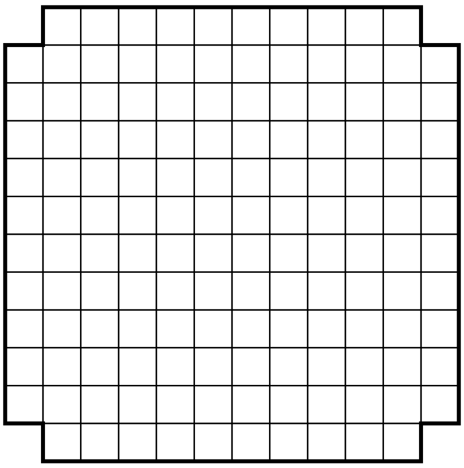
Prueba Individual 2 - Nivel 4
28 de abril de 2026

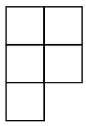
Indicaciones:

- La duración de la prueba es de **4 horas**.
- En los primeros 30 minutos puedes hacer preguntas al jurado en caso tengas alguna duda acerca de los **enunciados** de los problemas. No puedes explicar tus soluciones al jurado dentro de los 30 minutos iniciales.
- Cada problema será calificado como resuelto o como no resuelto. Tiene **tres** intentos por cada problema.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.

---

5. Demuestre que el siguiente tablero puede ser cubierto completamente, sin huecos y sin superposiciones, con fichas de P-pentominós. Las fichas se pueden rotar y/o voltear.





P-pentominó

6. Sean a, b y c enteros positivos cualesquiera. ¿Es cierto que existe un entero positivo n para el cual $a \cdot n$ es el cubo de algún número entero, $b \cdot n$ es la cuarta potencia de algún número entero y $c \cdot n$ es la quinta potencia de algún número entero?

7. Encuentre todas las ternas (a, b, c) de números reales tales que

$$\begin{cases} (a+b)(b+c) = c^2, \\ (b+c)(c+a) = a^2, \\ (c+a)(a+b) = b^2. \end{cases}$$

8. Las diagonales AC y BD de un cuadrilátero convexo $ABCD$ se intersecan en el punto O, donde $\angle AOB = 120^\circ$. Se marcan un punto P en el segmento AO y un punto Q en el segmento BO, de modo que $AQ = PD$ y $CQ = PB$. Si $BO + AO + PO + QO = CO + DO$ y $AQ \neq PB$, demuestre que $AD + BC = CQ + DP$.