

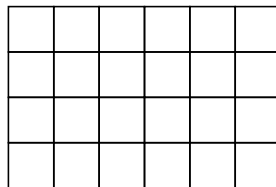


---

**Indicaciones:**

- La duración de la prueba es de **4 horas**.
  - En los primeros 30 minutos puedes hacer preguntas al jurado en caso tengas alguna duda acerca de los **enunciados** de los problemas. No puedes explicar tus soluciones al jurado dentro de los 30 minutos iniciales.
  - Cada problema será calificado como resuelto o como no resuelto. Tiene **tres** intentos por cada problema.
  - No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
- 

5. Dado el siguiente tablero



donde los lados de cada cuadrado miden 1. Este tablero se divide en dos polígonos de áreas iguales mediante un corte, no necesariamente recto, que sigue las líneas de la cuadrícula. ¿Es posible que los perímetros de estos polígonos sean 20 y 26?

6. Demuestre que existe un número entero positivo  $n > 1$  con la siguiente propiedad: Se pueden elegir  $n$  números enteros positivos consecutivos cuya suma sea igual a la suma de otros  $n + 2026$  números enteros positivos consecutivos.
7. Dado un triángulo rectángulo  $ABC$ , recto en  $A$ . Se ubica un punto  $X$  de modo que los puntos  $B$  y  $X$  se encuentren en lados opuestos de la recta  $AC$ . Además, cumplen que  $XA = XC = BC$ . Las rectas  $BC$  y  $XA$  se intersecan en el punto  $Y$ . Demuestre que

$$CX + XY = 2CY.$$

8. En un juego hay veinte tarjetas con números escritos:

1, -2, 3, -4, 5, -6, 7, -8, 9, -10, 11, -12, 13, -14, 15, -16, 17, -18, 19, -20.

Dos jugadores se turnan para elegir una tarjeta cada uno. Luego de que cada uno tenga 10 tarjetas, calculan el valor absoluto de la suma de los números en todas sus tarjetas. El jugador que obtenga el mayor valor gana. ¿Alguno de los jugadores tiene una estrategia ganadora? Y, de ser así, ¿quién la tiene?

*Aclaración:* primero suman los números en sus diez tarjetas y luego calculan el valor absoluto de su suma, por ejemplo, si la suma de las tarjetas de uno de los jugadores es -10 y del otro es 5, gana el que obtuvo suma -10, pues  $|-10| > |5|$ .