

# CUADRAGÉSIMO SÉPTIMO TORNEO DE LAS CIUDADES

Gira de otoño,

Nivel Juvenil: Grados 8 – 9, versión básica, 5 de octubre de 2025.

(El resultado se resume en función de los tres problemas para los que se lograron las mejores puntuaciones.)

puntos    problemas

- 4

1.

En una clase, cada estudiante miente o dice la verdad según el día de la semana (posiblemente días diferentes para cada estudiante), y ningún estudiante dice la verdad durante dos días consecutivos. Los días 1, 2, 3 y 4 de abril, se le preguntó a cada estudiante si diría la verdad al día siguiente. El 1 de abril, todos los estudiantes respondieron “sí”; el 2 de abril, la mitad respondió “sí”; el 3 de abril, un tercio de los estudiantes respondió “sí”. ¿Qué fracción de los estudiantes dijo la verdad el 4 de abril?
- 4

2.

El camino del lugar  $A$  al  $B$  sigue primero un camino pavimentado y luego un sendero forestal. Alicia y Bob comenzaron a caminar uno hacia el otro al mismo tiempo desde los lugares  $A$  y  $B$ , respectivamente, y se encontraron en el camino pavimentado. Al día siguiente, también comenzaron a caminar el uno hacia el otro al mismo tiempo, pero esta vez Alicia partía del lugar  $B$  y Bob del  $A$ , y se encontraron de nuevo en el camino pavimentado, a 6 kilómetros del lugar de encuentro del día anterior. Se sabe que ambos caminan por el camino pavimentado a su propia velocidad constante, siendo la velocidad de Alicia 1,5 veces la velocidad de Bob. También se sabe que en el sendero forestal, ambos caminan más lento que en el camino pavimentado, pero nuevamente la velocidad de Alicia es 1,5 veces la velocidad de Bob. ¿A qué distancia de  $A$  se encontraron el primer día?
- 5

3.

Un tablero rectangular, compuesto por casillas de  $1 \times 1$ , está cubierto por dos capas de fichas de  $1 \times 2$  (cada ficha sigue las líneas de la cuadrícula del tablero; cada una de las dos capas cubre completamente el tablero). Se considera que una ficha de la capa superior es *especial* si sus dos mitades están sobre dos fichas diferentes de la capa inferior, con orientaciones diferentes (es decir, una horizontal y la otra vertical). ¿El número de fichas especiales necesariamente es par?
- 5

4.

El barón Munchausen coloreó cada número entero positivo con uno de tres colores: rojo, blanco o azul (se usaron todos los colores). Afirma que la suma de cualesquiera 99 números rojos es un número azul, y que la suma de cualesquiera 99 números azules es un número rojo (los términos de cada suma no son necesariamente distintos). ¿Es posible que esté diciendo la verdad?
- 6

5.

¿Existe un ángulo agudo  $\alpha$  tal que algún rectángulo pueda ser cortado en trapecios isósceles, cada uno de los cuales tiene un ángulo  $\alpha$  como uno de sus ángulos?