

CUADRAGÉSIMO SEXTO TORNEO DE LAS CIUDADES

Gira de otoño,
Nivel Juvenil: Grados 8 – 9, versión básica, 6 de octubre de 2024.
(El resultado se resume en función de los tres problemas para los que se lograron las mejores puntuaciones.)

puntos problemas

- 4

1.

Consideremos un pentágono circunscrito $ABCDE$. Su incentro se encuentra en la diagonal AC . Demuestre que

$$AB + BC > CD + DE + EA.$$
- 4

2.

Peter coloca 100 piedras en fila: una negra, una blanca, una negra, una blanca, ..., una negra, una blanca. En un solo movimiento, Peter elige dos piedras negras con solo piedras blancas entre ellas y vuelve a pintar todas estas piedras blancas de negro, o bien elige dos piedras blancas con solo piedras negras entre ellas y vuelve a pintar todas estas piedras negras de blanco. ¿Puede Peter, con una secuencia de movimientos descrita anteriormente, obtener una fila de 50 piedras negras seguidas de 50 piedras blancas?
- 4

3.

Se ha representado un entero positivo M como un producto de primos. Cada uno de estos primos se incrementa en 1. El producto N de los nuevos multiplicadores es divisible por M . Demuestre que si representamos N como un producto de primos y aumentamos cada uno de ellos en 1, entonces el producto de los nuevos multiplicadores será divisible por N .
- 5

4.

Una madre y su hijo están jugando. Primero, el hijo divide una rueda de queso de 300 g en 4 rebanadas. Luego, la madre divide 280 g de mantequilla en dos platos. Por último, el hijo coloca las rebanadas de queso en esos platos. El hijo gana si en cada plato la cantidad de queso no es menor que la cantidad de mantequilla (en caso contrario, gana la madre). ¿Quién de ellos puede ganar independientemente de las acciones del oponente?
- 5

5.

Un L-triminó es una ficha que está compuesta de tres casillas iguales que forman un ángulo. Se tiene un conjunto de L-triminós idénticos, cuyas casillas centrales están marcadas con pintura. Se cubrió completamente un tablero rectangular con estos triminós en una sola capa de modo que todos los triminós estuvieran completamente sobre el tablero. Luego se quitaron los triminós dejando las marcas de pintura donde estaban las casillas marcadas. ¿Siempre es posible saber la distribución de los triminós en el tablero usando solo esas marcas de pintura?

