



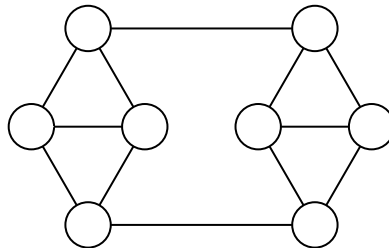
XXI OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA - ACEROS AREQUIPA

ONEM-AA 2025

Etapla Nacional - Nivel 1

22 de octubre de 2025

1. Los números del 1 al 8 son distribuidos en los círculos (uno por círculo) y a cada segmento se le asigna la suma de los números escritos en sus extremos, de tal modo que no haya dos segmentos con el mismo número.



- a) Dé un ejemplo de cómo hacer esta distribución.
 - b) Demuestre que en cualquier distribución **no** existe un segmento cuyo número es 9.
2. Un entero positivo es *mágico* si es múltiplo de 2025 y cumple que la suma de cualesquiera dos de sus dígitos adyacentes es impar. Encuentre un número mágico con más de 20 dígitos y justifique por qué el número encontrado es mágico.
 3. Hay cuatro cajas que tienen cada una n , n , $2n$ y $2n$ piedras, respectivamente. Dos jugadores Andrés y Bernardo juegan por turnos de la siguiente manera: cada jugador en su turno quita 2^k piedras de una caja y, a la vez, 2^{k+1} piedras de otra caja, para algún número entero $k \geq 0$ (el número k puede cambiar en cada turno). Andrés empieza y luego alternan los turnos. Pierde el jugador que no pueda realizar su jugada. Determine cuál de los dos jugadores tiene una estrategia ganadora si
 - a) $n = 2025$.
 - b) $n = 2048$.

4. Sea $ABCDE$ un pentágono regular cuyo centro es O . Se escogen los puntos P , Q y R en los segmentos AB , BC y CD , respectivamente, tales que $\angle POR = 144^\circ$.

a) Si $QP = QR$, demuestre que $\angle PQR = 108^\circ$.

b) Si $\angle PQR = 108^\circ$ y $BQ > BP$, demuestre que $QP = QR$.