

CUADRAGÉSIMO SEXTO TORNEO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS DE LAS CIUDADES

Gira de otoño,
Nivel Mayor: Grados 10 – 11, versión básica, 2 de marzo de 2025.
(El resultado se resume en función de los tres problemas para los que se lograron las mejores puntuaciones.)

puntos	problemas
4	1. Encuentre el menor número entero positivo tal que algunos cuatro de sus divisores positivos distintos suman 2025.
4	2. Se trazaron 100 líneas rectas en un plano, entre las cuales no hay dos paralelas ni tres que pasen por el mismo punto. Consideremos todos los cuadriláteros posibles cuyos lados se encuentran sobre estas líneas (incluidos los cuadriláteros cuyo interior está atravesado por algunas de estas líneas). ¿Hay necesariamente entre ellos tantos convexos como no convexos?
5	3. Hay jarras de jugos alrededor de un círculo, no necesariamente del mismo tamaño. De cualquier jarra, está permitido verter cualquier parte del jugo (posiblemente nada o todo el jugo) en la jarra vecina a la derecha, de modo que no se desborde y la dulzura de la mezcla en ella sea igual al 10 %. Se sabe que en el momento inicial tal vertido podría realizarse desde cualquier jarra. Demuestre que es posible realizar varios vertidos de este tipo en algún orden (no más de uno de cada jarra) de modo que el dulzor de la mezcla en todas las jarras no vacías sea igual al 10 %. (El dulzor es el porcentaje de azúcar en la mezcla, en peso. El azúcar siempre se distribuye uniformemente en la jarra).
5	4. Había un cono truncado circular recto en el plano, la base superior era más grande que la inferior. El cono truncado circular recto fue volteado (ahora la base superior es más pequeña que la base inferior). Demuestre que el área de su sombra visible ha disminuido. (Un cono truncado circular recto es un sólido geométrico en el que sus bases son dos círculos que se encuentran en planos paralelos, los centros de los círculos se encuentran en una recta perpendicular a estos planos. La sombra visible es toda la sombra excepto la sombra debajo del cono truncado circular recto. Considere que los rayos del sol son paralelos.)
6	5. Dado un polinomio con coeficientes enteros que tiene al menos una raíz entera. El máximo común divisor de todas sus raíces enteras es 1. Demuestre que si el coeficiente principal del polinomio es 1, entonces el máximo común divisor de los coeficientes restantes también es 1.

