

CUADRAGÉSIMO SEXTO TORNEO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS DE LAS CIUDADES

Gira de primavera,
Nivel Juvenil: Grados 8 – 9, versión básica, 2 de marzo de 2025.
(El resultado se resume en función de los tres problemas para los que se lograron las mejores puntuaciones.)

puntos problemas

- 4

1.

Los números $1, 2, \dots, 100$ están escritos la pizarra. En cada movimiento, Bob borra dos números arbitrarios a y b , donde $a \geq b > 0$, y escribe el número único $[a/b]$. Después de 99 de esos movimientos, la pizarra contendrá un solo número. ¿Cuál es su valor máximo posible? (Recuerde que $[x]$ es el número entero máximo que no excede a x).
- 5

2.

Hay N escolares en una clase y hay varias comunidades entre ellos. La *sociabilidad* de un escolar significará el número de escolares en la comunidad más grande a la que pertenece el escolar (si el escolar no pertenece a ninguna, entonces la sociabilidad es igual a 1). Ocurrió que todas las niñas de la clase tienen diferentes sociabilidades. ¿Cuál es la mayor cantidad posible de niñas en la clase?
- 5

3.

En el lado CD del rectángulo $ABCD$ se elige el punto K . Desde el vértice B se traza la perpendicular BH sobre el segmento AK . Resultó que los segmentos AK y BH dividen el rectángulo en tres partes, en cada una de las cuales se puede inscribir una circunferencia (ver figura). Demuestre que si las circunferencias que son tangentes al lado CD son iguales, entonces la tercera circunferencia también es igual a ellas.
-
- 6

4.

Hay jarras de jugos alrededor de un círculo, no necesariamente del mismo tamaño. De cualquier jarra, está permitido verter cualquier parte del jugo (posiblemente nada o todo el jugo) en la jarra vecina a la derecha, de modo que no se desborde y la dulzura de la mezcla en ella sea igual al 10 %. Se sabe que en el momento inicial tal vertido podría realizarse desde cualquier jarra. Demuestre que es posible realizar varios vertidos de este tipo en algún orden (no más de uno de cada jarra) de modo que el dulzor de la mezcla en todas las jarras no vacías sea igual al 10 %. (El dulzor es el porcentaje de azúcar en la mezcla, en peso. El azúcar siempre se distribuye uniformemente en la jarra).
- 6

5.

Un tablero rectangular está pintado en blanco y negro como un tablero de ajedrez y está cubierto con fichas de dominó de 1×2 sin huecos ni superposiciones. En el lugar donde se juntan una ficha de dominó horizontal y otra vertical, hay una puerta, la cual está pintada del mismo color que la casilla adyacente de la ficha de dominó que está adyacente por su lado corto. ¿Es necesariamente cierto que la cantidad de puertas blancas es igual a la cantidad de puertas negras?