

CUADRAGÉSIMO SEXTO TORNEO DE LAS CIUDADES

Gira de primavera,

Nivel Juvenil: Grados 8 – 9, versión avanzada, 16 de marzo de 2025.

(El resultado se resume en función de los tres problemas para los que se lograron las mejores puntuaciones; se suman las puntuaciones de las partes individuales de un mismo problema.)

puntos problemas

- 4 1. El profesor ha elegido dos dígitos diferentes de $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$. Nick intenta encontrar un número de siete dígitos divisible por 7 de modo que su representación decimal no contenga ningún dígito aparte de estos dos. ¿Puede Nick hacer esto siempre sin importar los dos dígitos que elija el profesor?
 - 5 2. En un tablero de 2025×2025 , se marcan varias casillas. En cada movimiento, Cyril puede conocer la cantidad de casillas marcadas en cualquier cuadrado con un lado menor a 2025 dentro del tablero inicial. ¿Cuál es la menor cantidad de movimientos que serán suficientes para descubrir exactamente la cantidad de casillas marcadas en todo el tablero inicial?
 - 5 3. En un triángulo ABC con ángulo recto C , se dibuja la altura CH . Una circunferencia arbitraria que pasa por los puntos C y H interseca a los segmentos AC , CB y BH por segunda vez en los puntos Q , P y R , respectivamente. Los segmentos HP y CR se intersecan en el punto T . ¿Qué es mayor: el área del triángulo CPT o la suma de las áreas de los triángulos CQH y HTR ?
-
- 3 4. Dados $2N$ números reales. Se sabe que no importa cómo los divides en dos grupos de N números cada uno, el producto de los números del primer grupo difiere del producto de los números del segundo grupo en no más de 2. ¿Es necesariamente cierto que si colocamos arbitrariamente estos números a lo largo de un círculo, habrá dos números adyacentes que difieren en no más de 2, para
 - 5 a) $N = 50$;
 - 5 b) $N = 25$?
 - 8 5. Dadas 15 monedas de la misma apariencia. Se sabe que una de ellas pesa 1 g, dos monedas pesan 2 g cada una, tres monedas pesan 3 g cada una, cuatro monedas pesan 4 g cada una y cinco monedas pesan 5 g cada una. Las monedas tienen inscripciones que indican su peso. ¿Cómo puedo comprobar si todas las inscripciones son correctas realizando dos pesajes en una balanza sin pesas adicionales?
(No es necesario determinar cuáles inscripciones son correctas y cuáles no son correctas).
 - 4 6. Un triángulo equilátero se divide en triángulos blancos y negros. Se sabe que todos los triángulos blancos son rectángulos y congruentes entre sí, y que todos los triángulos negros son isósceles y también congruentes entre sí. ¿Es necesariamente cierto que
 - 5 a) todos los ángulos de los triángulos blancos son múltiplos de 30° ;
 - 5 b) todos los ángulos de los triángulos negros son múltiplos de 30° ?
 - 3 7. La dueña saca un trozo de carne del refrigerador y los gatitos se reúnen a su alrededor. Cada minuto, la dueña corta un trozo de carne y se lo da a uno de los gatitos (a su elección). Cada vez, la proporción del trozo cortado (el que se dará al gatito) entre el trozo antes de hacer el último corte es siempre la misma. Después de un tiempo, la dueña guarda el resto de la carne en el refrigerador. ¿Puede la dueña dar la misma cantidad de carne a cada gatito si solo hay
 - 7 a) dos gatitos;
 - 7 b) tres gatitos?