39° CAMPEONATO INTERNACIONAL DE JUEGOS MATEMÁTICOS Y LÓGICOS
Etapa Final Internacional – Día 1

INICIO PARA TODOS LOS PARTICIPANTES

1. AMIGOS DE ANTOINE (coeficiente 1)

Antoine tiene muchos amigos. A 15 de sus amigos les gusta resolver sudokus y a 18 les gusta armar rompecabezas.

Si sabemos que a 3 de sus amigos les gustan ambos tipos de juegos, ¿cuántos amigos tiene Antoine que disfrutan de los juegos (resolver sudokus o armar rompecabezas)?

2. RECTÁNGULOS NO CUADRADOS (coeficiente 2)

En esta figura, podemos contar ocho cuadrados: seis pequeños y dos grandes. **Pero, ¿cuántos rectángulos podemos contar que no sean cuadrados?**

3. CÓDIGO (coeficiente 3)

Zoe elige un código de desbloqueo de cuatro dígitos para su teléfono, con las siguientes propiedades:

- la suma de los cuatro dígitos es 25;
- el primer dígito es 1;
- tres de los dígitos son consecutivos (en sucesión);
- los cuatro dígitos están escritos en orden ascendente (de menor a mayor).

¿Qué código elige Zoe?

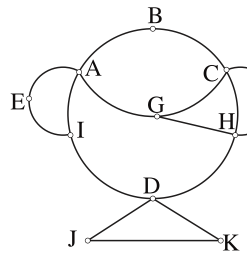
4. COLORES SABROSOS (coeficiente 4)

Magda le hizo una pulsera de dulces a su hermana. En esta pulsera había 15 dulces de tres colores diferentes, con la misma cantidad de dulces de cada color. Además, no había dos dulces contiguos del mismo color.

Al llegar a casa, Magda se comió todos los dulces rojos y al menos uno más.

¿Cuál es la mayor cantidad de dulces que pueden quedar en la pulsera si dos dulces contiguos siguen siendo de colores diferentes?

5. RUTA DE AUTOBÚS (coeficiente 5)

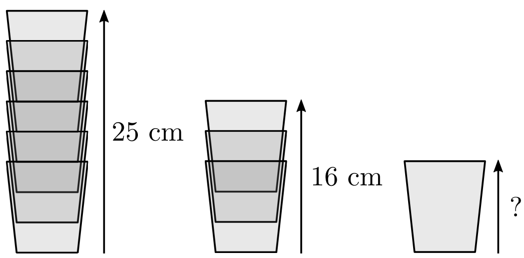


En este mapa, un autobús debe utilizar todas las vías que conectan las paradas marcadas de la A a la K, y puede pasar por la misma parada varias veces.

¿De qué parada debería salir si el autobús debe utilizar todas las vías exactamente una vez? Indique todas las paradas de salida posibles.

FIN PARA LOS PARTICIPANTES CE

6. VASOS (coeficiente 6)



Seis vasos apilados tienen una altura total de 25 cm, mientras que tres vasos apilados miden solo 16 cm.

¿Cuál es la altura en cm de un solo vaso?

7. TUNISIA (coeficiente 7)

Cada letra de la palabra TUNISIA se sustituye por un dígito, letras iguales se sustituyen por el mismo dígito y letras diferentes siempre se sustituyen por dígitos diferentes.

Sabemos que:

- la letra I se sustituye por 1;
- solo hay un dígito impar aparte del 1;
- dos números impares no se escriben uno al lado del otro;
- la suma de los dígitos es 25.

¿Cuál es el máximo valor posible de la palabra TUNISIA?

8. CUADRADO DE LA SUERTE (coeficiente 8)

14	2	5	8
13	12	9	4
10	7	15	20
1	16	19	17

Un tablero de 4×4 está lleno de números diferentes. El cuadrado es "de la suerte" si los números están ordenados ascendentemente:

- de izquierda a derecha en cada fila;
- de arriba a abajo en cada columna.

Dos números se pueden intercambiar si son:

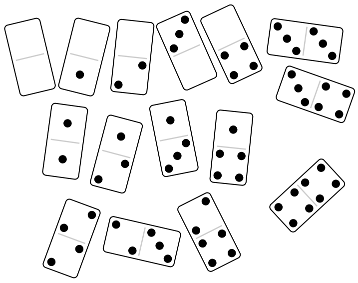
- adyacentes (uno al lado del otro, horizontal o verticalmente);
- u opuestos (primera y última casilla en la misma fila o columna).

¿Cuál es la menor cantidad de intercambios necesarios para que el tablero sea de la suerte?

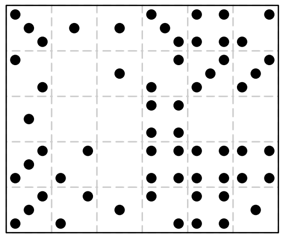
FIN PARA LOS PARTICIPANTES CM

Problemas del 9 al 18: ¡cuidado! Para que un problema esté completamente resuelto, debes dar tanto la cantidad de soluciones y dar la solución si tiene solo una, o dar dos soluciones cualesquiera si tiene más de una. Para todos los problemas que pueden tener más de una solución, se ha proporcionado espacio para dos soluciones (¡pero puede que haya solo una!).

9. CAJA DE DOMINÓ (coeficiente 9)

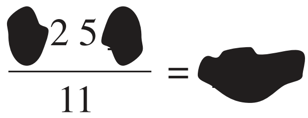


El juego de dominó de Tom consta de 15 fichas con puntos que van del doble cero al doble cuatro. Las colocó en su caja con la siguiente disposición:



Traza el contorno de todas las fichas dobles ($0-0$, $1-1$, $2-2$, etc.).

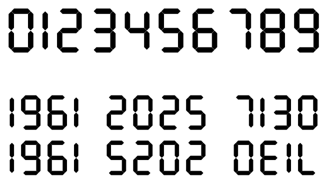
10. MANCHADO (coeficiente 10)



Matilda dividió un número de 4 dígitos entre 11, pero Matthew manchó su cuaderno.

¿Cuál es el resultado de la división, si este resultado es exacto y divisible entre 3?

11. AÑOS DE JANO (coeficiente 11)



Al escribir 1961 con números de 7 segmentos en una hoja de papel, independientemente de cómo se gire, siempre aparecerá 1961. Esto no ocurre con el número 2025, que puede leerse como 5202 si se mira al revés, ni con el 7130, que se leerá como 0E1L. Los números como 1961, que aparecen dos veces iguales, se denominan números de Jano.

¿Cuántos años de Jano ha habido desde el año 1 (incluyendo el año 1) hasta 2025?

Nota: Un año nunca empieza por cero.

FIN PARA LOS PARTICIPANTES C1

12. SUS DOS NÚMEROS FAVORITOS (coeficiente 12)

El producto de los dos números favoritos de Matthew es igual al doble de su suma y también es igual al triple de su diferencia positiva.

¿Cuáles son los números de Matthew? Da el par (a, b) donde $a < b$.

13. CHEFISSIMA (coeficiente 13)

Una talentosa chef ha inventado un nuevo método para cocinar huevos. Debe cocinarlos durante exactamente siete minutos. Un cliente con prisa pide uno. Pero la chef ha olvidado su temporizador.

Por suerte, en su armario, encuentra tres temporizadores de reloj de arena: de 6, 10 y 15 minutos.

¿Como mínimo cuánto tiempo tardará en servirle a este cliente un huevo perfectamente cocido?

Nota: Al voltear un temporizador de reloj de arena, debe dejar que se vacíe por completo.

14. CIERTOS NÚMEROS (coeficiente 14)

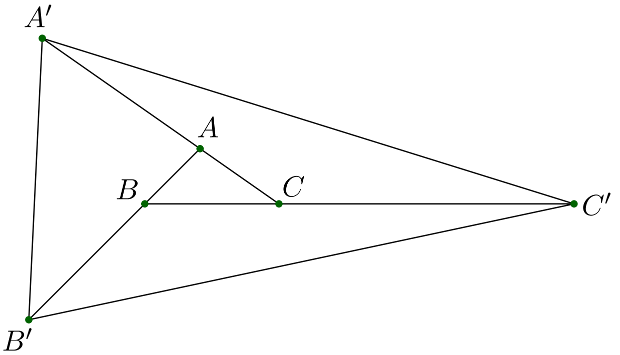
Soy un número decimal mayor que 1 y puedo ser escrito como una fracción irreducible $\frac{a}{b}$, donde $ab = 12600$.

¡Hállame!

La respuesta escríbela en forma de número decimal. Recuerda que un número decimal se escribe en base 10 con un número finito (posiblemente cero) de dígitos después de la coma.

FIN PARA LOS PARTICIPANTES C2

15. COMPARACIÓN DE TRIÁNGULOS (coeficiente 15)



A partir del triángulo ABC, construimos el triángulo $A'B'C'$ de la siguiente manera:

- A' se encuentra en la semirrecta CA, de modo que $A'A = 2AC$;
- B' se encuentra en la semirrecta AB, de modo que $B'B = 2BA$;
- C' se encuentra en la semirrecta BC, de modo que $C'C = 2CB$.

¿Cuál es la razón entre el área del triángulo $A'B'C'$ y el área del triángulo ABC?

Expresa la respuesta como una fracción irreducible.

16. PIRÁMIDES ENTERAS (coeficiente 16)

En el año 2025 AC, al Faraón le encantaban los números enteros. Para su cumpleaños, recibió una colección de pequeñas pirámides triangulares, cada una de cuyas seis aristas medía un número entero de centímetros. Además, el producto de estos seis números siempre es como máximo 2025, y las cuatro caras son triángulos estrictamente acutángulos (los tres ángulos son estrictamente menores de 90°).

¿Cuántas pirámides diferentes recibió como máximo?

Nota: Dos pirámides se consideran idénticas si pueden obtenerse una a partir de la otra por rotación o simetría.

FIN PARA LOS PARTICIPANTES L1 y GP

17. FRACCIONES QUE TIENEN ALGO NUEVO (coeficiente 17)

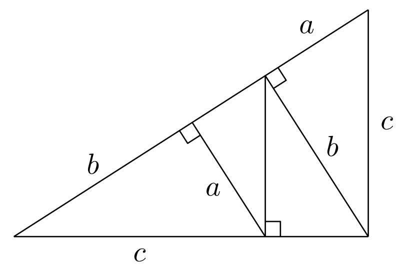
Matthew comienza a escribir las fracciones 3/2, 5/4, 17/16, donde cada denominador es el cuadrado del denominador anterior y cada numerador es uno más que el denominador. Las multiplica y obtiene el decimal 1,9921875, que se escribe con dos dígitos 9 inmediatamente después de la coma decimal. Luego decide continuar escribiendo su secuencia de fracciones y calculando el producto de todas las fracciones que ha escrito. Se detiene en cuanto la notación decimal del producto tiene al menos 2025 dígitos 9 inmediatamente después de la coma decimal.

¿Cuántas fracciones ha escrito en total?

Si es necesario, tome el logaritmo de 2 en base 10 como 0,301.

18. TRIÁNGULOS SEMEJANTES (coeficiente 18)

Todos los triángulos son rectángulos y semejantes. Los dos triángulos en los extremos son iguales.



Da los valores de a y c redondeados al metro más cercano, sabiendo que b es 100 m.

FIN PARA LOS PARTICIPANTES L2 y HC