III CONCURSO NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA 2025

Etapa Institucional

1°, 2°, 3°, 4° y 5° de secundaria

CONEMATE

Organizado por:

Grupo MATE

¡entrenar y competir te hace mejor!

Información y resultados en www.grupo-mate.com

III CONCURSO NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA 2025

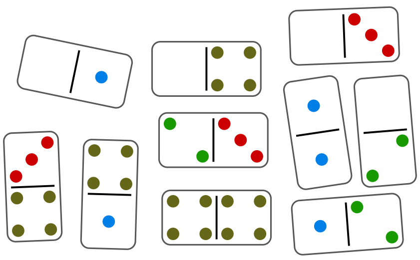
1°, 2°, 3°, 4° y 5° de secundaria

1S: problemas **1 – 15**; tiempo **90** minutos
2S: problemas **1 – 15**; tiempo **90** minutos
3S: problemas **1 – 18**; tiempo **120** minutos
4S: problemas **1 – 18**; tiempo **120** minutos
5S: problemas **1 – 20**; tiempo **120** minutos

De cada problema escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

INICIO PARA TODOS LOS PARTICIPANTES

1. Matías tiene diez fichas de dominó:



Él escogió todas las fichas que tienen al menos 5 puntos. ¿Cuántas fichas escogió?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

2. La librería MATE vende bolígrafos, cuadernos y reglas. El precio de un cuaderno es igual al precio combinado de un bolígrafo y una regla. Si el precio de una regla aumentara en 50 %, entonces sería igual al precio total del bolígrafo y el cuaderno. ¿En qué porcentaje debería aumentar el precio del bolígrafo para igualar el precio total del cuaderno y la regla?

(A) 1000 % (B) 250 % (C) 800 % (D) 400 % (E) 200 %

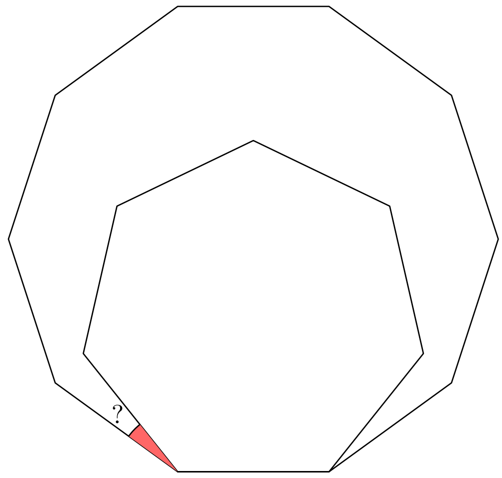
3. Una tienda vende pelotas de golf, gorras de golf y palos de golf. Las pelotas de golf se pueden comprar a 2 soles cada una. Las gorras de golf cuestan 10 soles cada una. Los palos de golf cuestan 60 soles cada uno. En esta tienda, Rosa compró 50 artículos por un costo total de exactamente 500 soles. Además, ella compró al menos un artículo de cada tipo. ¿Cuántas gorras de golf compró Rosa?

(A) 21 (B) 14 (C) 25 (D) 20 (E) 30

4. Para cada número entero del 0 al 1999, Luis anotó la suma de sus dígitos. ¿Cuál es el promedio de los números que Luis anotó?

(A) 14,5 (B) 14 (C) 13 (D) 13,5 (E) 12,5

5. En la siguiente figura aparecen dos polígonos regulares que tienen un lado en común:



Halle la medida del ángulo marcado.

(A) $\frac{3\pi}{35}$ (B) $\frac{2\pi}{15}$ (C) $\frac{4\pi}{63}$ (D) $\frac{\pi}{9}$ (E) $\frac{\pi}{10}$

6. En un cuadrilátero convexo $ABCD$ se cumple que $\angle BAD = 61°$, $\angle BDA = 53°$, $\angle DBC = 57°$ y $\angle BCD = 62°$. Indique cuál de los siguientes segmentos es el que tiene mayor longitud.

(A) AB (B) BD (C) AD (D) BC (E) CD

7. Los números reales x y y satisfacen

$$\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}+\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}=4.$$

Halle el valor de

$$\frac{x^4+y^4}{x^4-y^4}+\frac{x^4-y^4}{x^4+y^4}.$$

(A) 4 (B) 2 (C) $\frac{3}{2}$ (D) 12 (E) $\frac{5}{2}$

8. Olga pensó en un número entero y le dijo a Víctor las siguientes 7 afirmaciones:

- El número que pensé es menor que 23.
- El número que pensé es menor que 25.
- El número que pensé es menor que 27.
- El número que pensé es menor que 29.
- El número que pensé es divisible entre 2.
- El número que pensé es divisible entre 3.
- El número que pensé es divisible entre 5.

Se sabe que exactamente 4 de las afirmaciones de Olga resultaron ser ciertas. ¿Cuál es el mayor número que Olga pudo haber pensado? Dé como respuesta la suma de sus dígitos.

(A) 10 (B) 8 (C) 7 (D) 6 (E) 3

9. Una caja fuerte está cerrada con 9 candados. Cada candado tiene uno de los números 1, 2, 3, 4, 8, 9, 10, 11 y 12 (están todos los números del 1 al 12, excepto 5, 6, 7). Hay un juego de nueve llaves maestras y cada una tiene uno de los números 1, 2, 3, 4, 8, 9, 10, 11 y 12. Una llave maestra abre un candado cuando sus números son iguales o cuando sus números se diferencian en 1. Para que la caja fuerte se abra se deben abrir los 9 candados al mismo tiempo. ¿Cuántas maneras hay de insertar todas las llaves maestras a la vez, una en cada candado, de modo que la caja fuerte se abra?

(A) 28 (B) 32 (C) 35 (D) 40 (E) 45

10. Un número se considera *intrigante* si tiene cuatro dígitos y, al eliminar el dígito de las centenas, obtenemos un número de tres dígitos que es igual a la novena parte del número original. Por ejemplo, el número 2025 es intrigante porque $225 = \frac{1}{9} \cdot 2025$. Determine el número mayor intrigante. Dé como respuesta el residuo de dividir este número entre 7.

(A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

11. Dado un tablero de 5×5 el cual tiene sus casillas enumeradas.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Diremos que un conjunto de cuatro casillas $\{a, b, c, d\}$ es *especial* si de la casilla a se puede ir a la casilla b mediante un salto de caballo, de la casilla b se puede ir a la casilla c mediante un salto de caballo, de la casilla c se puede ir a la casilla d mediante un salto de caballo, y de la casilla d se puede ir a la casilla a mediante un salto de caballo. Por ejemplo, $\{2, 9, 18, 11\}$ es un conjunto especial. ¿Cuántos conjuntos especiales de cuatro casillas hay en este tablero?

(A) 14 (B) 16 (C) 24 (D) 22 (E) 8

12. Sea $\overline{abcd}$ un número de cuatro dígitos no nulos. ¿Como máximo en cuántos dígitos 0 puede terminar el número $\overline{abcd} \cdot (a + b + c + d)$?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

13. Un joyero tiene varios diamantes. El peso total de los cinco diamantes más ligeros es exactamente el 15 % del peso total de todos los diamantes, y el peso de los quince diamantes más pesados es exactamente la mitad del peso total de todos los diamantes. ¿Cuántos diamantes puede tener el joyero? Los pesos de los diamantes no son necesariamente diferentes.

(A) 31 (B) 32 (C) 33 (D) 30 (E) 34

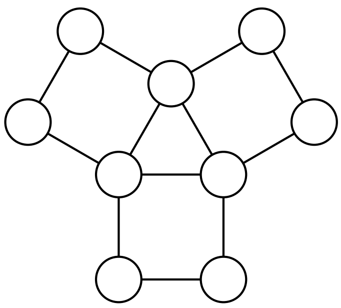
14. En la igualdad

$$1 \star 2 \star 3 \star 4 \star 5 \star \cdots \star 60 \star 61 \star 62 = 2025,$$

cada asterisco debe reemplazarse por uno de los signos "+" (más), "−" (menos) o "×" (multiplicación) para que la igualdad sea verdadera. ¿Cuál es la menor cantidad de signos "×" que se pueden usar?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

15. Carlos distribuye los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 en los círculos de la siguiente figura



Decimos que dos números son *vecinos* si ellos están escritos en dos círculos que están conectados por un segmento. Un número se llama *especial* si es igual a la suma de dos de sus números vecinos. ¿Como máximo cuántos números especiales hay?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

FIN PARA LOS PARTICIPANTES 1S y 2S

16. Dado un pentágono convexo $ABCDE$. Se sabe que $AB = BC = CD$, $\angle ABC = \angle BCD = 140°$ y $\angle EAB = \angle CDE = 50°$. Halle la medida del ángulo AEC.

(A) 110° (B) 100° (C) 95° (D) 105° (E) 120°

17. Los números $d_1, d_2, \ldots, d_n$ son todos divisores positivos de 2025. Si la suma

$$\frac{1}{d_1 + 45} + \frac{1}{d_2 + 45} + \cdots + \frac{1}{d_n + 45}$$

es igual a $\frac{a}{b}$, donde a y b son enteros positivos coprimos, halle el valor de $a + b$.

(A) 46 (B) 7 (C) 16 (D) 31 (E) 4

18. En un pueblo de 60 habitantes, cada persona pertenece a uno de tres grupos: los veraces siempre dicen la verdad, los mentirosos siempre mienten, y la gente común responde como le place. Todos en el pueblo saben a qué grupo pertenecen los demás. Un extranjero les hizo las siguientes preguntas a cada uno de los habitantes:

- "¿Hay al menos 31 personas veraces viviendo en el pueblo?" – recibió exactamente 43 respuestas afirmativas.
- "¿Hay al menos 31 personas mentirosos viviendo en el pueblo?" – recibió exactamente 39 respuestas afirmativas.

¿Cuál es la menor cantidad posible de personas comunes en el pueblo?

(A) 13 (B) 11 (C) 9 (D) 17 (E) 8

FIN PARA LOS PARTICIPANTES 3S y 4S

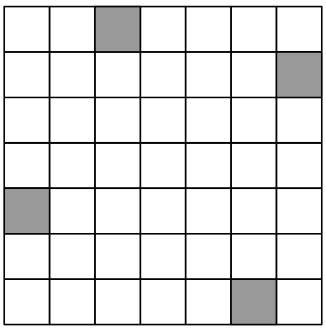
19. Sean a y b números reales tales que

$$a^3 + b^3 + 6ab = a - b = 8.$$

Calcule el mayor valor posible de $a^2 + b^2$.

(A) 32 (B) 34 (C) 40 (D) 50 (E) 64

20. Un tablero de 7×7 tiene 4 casillas sombreadas (ver figura). ¿Cuántos subtableros contienen al menos una casilla sombreada?



(A) 313 (B) 320 (C) 334 (D) 311 (E) 378

FIN PARA LOS PARTICIPANTES 5S