CONCURSO SELECTIVO
XIX ONEM 2023

Nivel 3: 5° de secundaria

Organizado por:

Grupo MATE

¡entrenar te hace mejor!

Información y resultados en www.grupo-mate.com

De cada problema escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

1. Un astronauta ha sido asignado a un viaje espacial. Después de recorrer 10 kilómetros, se da cuenta que si recorre la mitad del resto de su camino, le quedaría 10 km y un tercio del viaje completo por recorrer. ¿Cuál es la longitud del viaje del astronauta? Escribe tu respuesta en kilómetros.

(A) 60 (B) 120 (C) 70 (D) 90 (E) 50

2. Si $27^{4x} = (9\sqrt{3})^{2x+1}$, entonces $x = \frac{a}{b}$, donde a y b son enteros positivos coprimos. Halle $a + b$.

(A) 4 (B) 7 (C) 9 (D) 15 (E) 19

3. El caño A llena un tanque de almacenamiento en 8 horas. El caño B llena el mismo tanque de almacenamiento en 12 horas. El tanque está vacío y a las 11:00 a. m. se abre el caño A. Luego de tres horas se abre el caño B mientras el caño A permanece abierto. ¿A qué hora se llenará todo el tanque?

(A) 5:00 p. m. (B) 5:30 p. m. (C) 4:00 p. m. (D) 4:40 p. m. (E) 5:45 p. m.

4. Los segmentos AM y BH son la mediana y la altura del triángulo acutángulo ABC, respectivamente. Se sabe que $AH = 1$ y $2\angle MAC = \angle MCA$. Calcule la longitud del lado BC.

(A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) 3 (D) $\frac{5}{2}$ (E) $\frac{3}{2}$

5. Los números

$$4,\ -8,\ 5,\ -3,\ 2,\ 1,\ x$$

cumplen que su media y mediana son iguales. Halle el valor de x.

(A) 6 (B) 13 (C) -22 (D) $\frac{1}{6}$ (E) Hay más de una respuesta

6. ¿Cuántos números naturales n existen para los cuales exactamente uno de los dos números n y $n + 2023$ será de cuatro dígitos?

(A) 999 (B) 3022 (C) 1000 (D) 2023 (E) 2024

7. Sea $Q(x)$ el cociente en la división de $P(x) = x^{2023} + x + 1$ entre $x - 1$. Halle $Q(1)$.

(A) 0 (B) 2024 (C) 2023 (D) 1 (E) 3

8. Dado un triángulo equilátero ABC. El punto D se elige en la prolongación del lado BA más allá del punto A, el punto E se elige en la prolongación de BC más allá del punto C, y el punto F se elige en la prolongación de AC más allá del punto C de modo que $CF = AD$ y $AC + EF = DE$. Encuentre el ángulo BDE.

(A) 60° (B) 45° (C) 75° (D) 80° (E) 90°

9. A partir de los dígitos del 1 al 9, se forman tres números de un solo dígito y tres de dos dígitos, y los dígitos no se repiten. Encuentre el menor valor posible de la media aritmética del conjunto de números resultante.

(A) 16,5 (B) 21 (C) $\frac{49}{3}$ (D) 19,5 (E) 20

10. Encuentre el menor valor positivo de x, en grados sexagesimales, para el cual la función

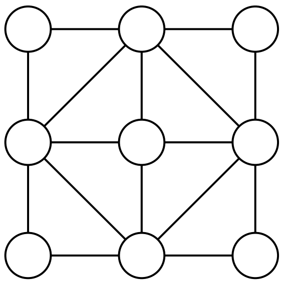
$$f(x) = \operatorname{sen}\frac{x}{3} + \operatorname{sen}\frac{x}{11}$$

alcanza su valor máximo. Dé como respuesta la suma de dígitos de $\lfloor x \rfloor$.

Aclaración: $\lfloor x \rfloor$ denota el máximo entero menor o igual a x.

(A) 18 (B) 10 (C) 20 (D) 5 (E) 35

11. En la imagen se pueden ver 6 cuadrados con círculos en los vértices: 4 pequeños, 1 grande y 1 mediano (girado). Roberto llenó los círculos con números enteros positivos distintos dos a dos de modo que para cada uno de los 6 cuadrados encontró la suma de los cuatro números en sus vértices. Si resultó que las 6 sumas son iguales, ¿cuál es el mínimo valor que puede tomar esa suma?



(A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21 (E) 24

12. María, Natalia, Liliana y Olga son amigas. Todas ellas tienen diferentes alturas, pero la diferencia es bastante pequeña. Un día decidieron averiguar quién es más alta y quién es más baja. Resultó que Natalia es más baja que María y Liliana es más alta que Olga. Bajo esta condición, ¿cuál es la probabilidad de que Natalia sea más alta que Liliana?

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{5}{12}$

13. Se escriben 11 números naturales impares consecutivos. Después de que se borró uno de ellos, la suma de los números restantes es igual a 123456. ¿Cuál es el número borrado?

(A) 12345 (B) 12339 (C) 12347 (D) 12361 (E) 12351

14. Calcule

$$3\cot 20^\circ - 4\sqrt{3}\operatorname{sen} 70^\circ.$$

(A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (E) $\frac{3}{2}$

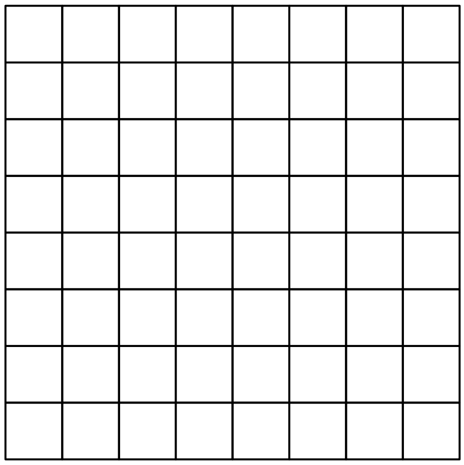
15. Carlos afirma que existe un entero positivo n para el cual los siguientes números excepto uno tienen la misma suma de dígitos

$$10n - 9,\ n + 45,\ 2n + 2003,\ 11n + 2021,\ 7n - 13.$$

Indique el número que tiene suma de dígitos distinta a la de los demás.

(A) $10n - 9$ (B) $n + 45$ (C) $2n + 2003$ (D) $11n + 2021$ (E) $7n - 13$

16. Dado un tablero de 8×8. Debemos pintar cada casilla de rojo o de amarillo de modo que en cualquier subtablero de 3×3 haya más casillas rojas que amarillas. ¿Cuál es la menor cantidad de casillas que debemos pintar de rojo?



(A) 26 (B) 27 (C) 28 (D) 29 (E) 30

17. Sean a, b y c con $0 < a, b, c$ y $a + b + c = \frac{\pi}{4}$. Halle el valor de

$$\frac{\operatorname{sen} a \cdot \operatorname{sen} b \cdot \operatorname{sen} c + \cos a \cdot \cos b \cdot \cos c}{\cos(a+b) \cdot \cos(b+c) \cdot \cos(c+a)}.$$

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) 1 (D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (E) 2

18. Hay 33 vacas en el campo dispuestas de tal manera que forman un gran círculo. Algunas de ellas son negras y las restantes son marrones. Se sabe que:

- no hay dos vacas negras adyacentes;
- no hay dos vacas negras entre las cuales haya exactamente otras 15 vacas.

¿Cuál es la mayor cantidad de vacas negras que puede haber?

(A) 16 (B) 15 (C) 13 (D) 11 (E) 10

19. En un triángulo escaleno ABC, el ángulo B mide $130°$. El punto H es la base de la altura desde el vértice B. En los lados AB y BC, hay puntos D y E, respectivamente, de tal manera que $DH = EH$ y que el cuadrilátero $ADEC$ sea cíclico. Halle la medida del $\angle DHE$.

(A) $100°$ (B) $120°$ (C) $130°$ (D) $135°$ (E) $90°$

20. Determine la cantidad de soluciones (x, y, z) en los números reales que satisfacen

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 37, \\ x^2 + xz + z^2 = 28, \\ y^2 + yz + z^2 = 19. \end{cases}$$

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) más de 8

En nuestro Facebook colgaremos algunas fotos de los colegios participantes.

¡MUCHAS GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN!

¡PRÓXIMAS COMPETENCIAS Y ENTRENAMIENTOS - 2023!

4° Olimpiada Iraní de Combinatoria (ICO)

Perú

22 de setiembre (por confirmar)

CONCURSO NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA

I Concurso Nacional Escolar de Matemática (CONEMATE)

Perú

Etapa Distrital: 7 de octubre

Etapa Regional: 28 de octubre

Etapa Final: 25 de noviembre

10° Olimpiada Iraní de Geometría (IGO)

Perú

20 de octubre

38° CAMPEONATO INTERNACIONAL DE JUEGOS MATEMÁTICOS Y LÓGICOS

38° Campeonato Internacional de Juegos Matemáticos y Lógicos

Perú

Cuartos de Final: 2 de diciembre de 2023

Semifinal: 16 de marzo de 2024

Final Nacional: 25 de mayo de 2024

Final Internacional: 25 y 26 de agosto 2024

III Olimpiada Navideña de Matemática (ONM)

Perú

Diciembre (por confirmar)

CAMPAMENTO PARA LA TERCERA FASE DE LA XIX ONEM 2023

Chaclacayo - Lima

Del 16 al 22 de octubre